

## ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ з дисципліни «ВИЩА МАТЕМАТИКА»

Загальна кількість годин на СРС – 106 годин (кожне завдання по 1 балу)

Викладач – к.е.н., доц. Жарова О.В.

### Перша частина

1. Комплексні числа. Лінійні операції над ними в алгебраїчній формі.
2. Спряжені комплексні числа. Ділення комплексних чисел в алгебраїчній формі.
3. Властивості сполучених комплексних чисел.
4. Геометрична інтерпретація комплексних чисел і лінійних операцій над ними.
5. Модуль, аргумент, тригонометрична форма запису комплексного числа.
6. Показникова форма запису комплексного числа. Дії над числами у показниковій формі.
7. Піднесення комплексного числа в степінь із натуральним показником. Добування кореня з комплексного числа.
8. Матриця. Лінійні операції над матрицями і їх властивості. Операції транспонування й множення матриць і їх властивості.
9. Визначники 2 –го, 3 –го, n –го порядків. Їхні властивості та правила обчислення.
10. Правило Крамера розв'язку систем лінійних алгебраїчних рівнянь.
11. Обернена матриця. Теорема про її існування й одиничність.
12. Метод елементарних перетворень обчислення оберненої матриці.
13. Розв'язок систем лінійних алгебраїчних рівнянь матричним способом.
14. Ранг матриці, його властивості. Метод мінорів обчислення рангу матриці. Метод елементарних перетворень обчислення рангу матриці. Теорема про ранг матриці.
15. Метод Гауса розв'язку систем лінійних неоднорідних алгебраїчних рівнянь. Метод Жордана – Гауса розв'язку систем лінійних неоднорідних алгебраїчних рівнянь. Теорема Кронекера – Капелли.
16. Розв'язання систем лінійних однорідних алгебраїчних рівнянь. Фундаментальні розв'язки.
17. Вектор. Лінійні операції над векторами і їх властивості. Базис, координати вектору. Проекція вектору на вісь.
18. Скалярний добуток двох векторів. Геометричні й алгебраїчні властивості.
19. Обчислення скалярного добутку векторів, заданих своїми координатами. Кут між векторами. Необхідна й достатня умови перпендикулярності двох векторів.
20. Векторний добуток двох векторів і його властивості.
21. Обчислення векторного добутку векторів, заданих своїми координатами.
22. Мішаний добуток трьох векторів і його властивості.
23. Канонічне, параметричне рівняння прямої. Рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом.
24. Рівняння прямої, що проходить через дві задані точки на площині. Рівняння прямої у відрізках. Загальне рівняння прямої на площині. Неповні рівняння прямої.
25. Нормальне рівняння прямої. Перехід від загального рівняння прямої до нормального.
26. Визначення відстані від точки до прямої на площині. Визначення кута між двома прямими на площині.
27. Коло. Канонічне рівняння кола.
28. Гіпербола. Канонічне рівняння гіперболи.
29. Еліпс. Канонічне рівняння еліпса.
30. Парабола. Канонічне рівняння параболи.
31. Загальне рівняння площини. Неповні рівняння площини. Нормальне рівняння площини. Перехід від загального рівняння площини до нормального. Рівняння площини, що проходить через 3 задані точки. Рівняння площини у відрізках.
32. Канонічне й параметричне рівняння прямої у просторі. Рівняння прямої, що

- проходить через дві задані точки у просторі. Загальне рівняння прямої у просторі. Перехід від загального рівняння до канонічного. Визначення кута між площинами.
33. Визначення відстані від точки до площини. Визначення координат точки перетину прямої і площини. Визначення відстані від точки до прямої в просторі. Визначення кута між прямими в просторі. Визначення кута між прямою і площиною.
  34. Поверхні другого порядку. Сфера. Еліпсоїд. Параболоїд. Гіперболоїд. Конус. Циліндр.
  35. Лінійний простір. Лінійний нормований простір.
  36. Формула перетворення координат вектору при перетворенні базису.
  37. Лінійний оператор. Перетворення матриці лінійного оператора при перетворенні базису.
  38. Власні значення й власні вектори лінійного перетворення.
  39. Квадратична форма. Метод ортогональних перетворень зведення квадратичної форми до канонічного вигляду. Критерій Сильвестра.
  40. Послідовність. Границя послідовності. Теорема про єдиність границі послідовності.
  41. Теорема про три послідовності. Властивості збіжних послідовностей виражені нерівностями.
  42. Нескінченно мала й нескінченно велика послідовності. Теорема про зв'язок між ними.
  43. Арифметичні властивості збіжних послідовностей.
  44. Фундаментальна послідовність. Критерій Коші існування границі послідовності.
  45. Функція. Означення границі функції в точці. Перша і друга чудові границі. Властивості функцій, що мають границю.
  46. Означення неперервності функції в точці. Теорема про неперервність складної функції.
  47. Теореми Больцано – Коші про корінь і про проміжні значення неперервної функції. Теореми Вейєрштрасса.
  48. Класифікація точок розриву функції.
  49. Похідна. Таблиця похідних. Правила знаходження похідних. Похідна складної функції. Похідна оберненої функції. Односторонні похідні. Необхідна й достатня умова існування похідної у точці. Похідна функції, заданої неявно або параметрично.
  50. Необхідна й достатня умова диференційованості функції у точці. Геометричний зміст похідної і диференціала функції в точці. Рівняння дотичної і нормалі до графіка функції в точці. Кут між кривими.

### Друга частина

1. Теорема Ферма. Теорема Ролля.
2. Теорема Лагранжа й наслідки з неї.
3. Теорема Коші.
4. Перша й друга теореми Лопіталя.
5. Похідна й диференціал  $n$ -го порядку. Визначення. Правила обчислення.
6. Формула Тейлора. Формула Маклорена.
7. Достатня умова монотонності функції на інтервалі.
8. Точки локального екстремуму. Необхідна умова існування екстремуму функції в точці.
9. Достатні умови існування екстремуму функції в точці.
10. Опуклість кривої. Достатня умова опуклості кривої на інтервалі.
11. Точка перегину. Необхідна й достатня умова існування точки перегину.
12. Асимптоти графіка функції. Загальна схема дослідження функції.
13. Функція декількох змінних. Область визначення. Множина значень.
14. Границя функції двох змінних. Неперервність функції двох змінних в точці.
15. Частинні прирости. Повний приріст функції двох змінних.
16. Частинні похідні функції двох змінних. Геометричний зміст частинних похідних.

17. Диференційованість функції 2-х змінних в точці. Достатня умова диференційованості.
18. Необхідна умова диференційованості функції двох змінних в точці.
19. Теорема про зв'язок диференційованості та неперервності функції в точці.
20. Диференціали незалежних змінних. Диференціал функції. Властивості диференціала.
21. Дотична площина й нормаль до поверхні.
22. Частинні похідні вищих порядків. Формула для обчислення диференціала 2-го порядку.
23. Диференціювання складної функції. Повна похідна.
24. Екстремум функції двох змінних. Необхідна умова екстремуму. Поняття стаціонарної й критичної точки. Достатня умова екстремуму.
25. Визначення точок локального екстремуму функції декількох змінних. Умовний екстремум функції двох змінних. Метод множників Лагранжа.
26. Скалярне поле. Похідна за напрямком. Градієнт функції. Властивості градієнта.
27. Первісна. Невизначений інтеграл і його властивості. Таблиця основних інтегралів.
28. Формула інтегрування частинами.
29. Теорема про заміну змінної в невизначеному інтегралі.
30. Інтегрування дробово-раціональних функцій. Інтегрування деяких іраціональностей.
31. Інтегрування диференціального бінома.
32. Інтегрування виразів, які містять корінь з квадратного тричлена.
33. Обчислення інтегралів від деяких тригонометричних функцій.
34. Визначений інтеграл, його властивості.
35. Теорема про обмеженість функції, інтегрованої на відрізку. Класи інтегрованих функцій.
36. Інтеграл зі змінною верхньою межею. Теорема про його неперервність на відрізку.
37. Теорема про диференційованість в точці інтеграла зі змінною верхньою межею. Наслідок.
38. Формула Ньютона – Лейбніца. Наслідки.
39. Обчислення довжини дуги кривої. Обчислення площі криволінійної трапеції. Обчислення об'єму тіла обертання. Обчислення об'єму тіла по відомих поперечних перерізах. Обчислення площі поверхні.
40. Невласний інтеграл 1-го роду. Ознаки збіжності.
41. Невласний інтеграл 2-го роду. Ознаки збіжності.
42. Диференціальне рівняння. Порядок, загальний розв'язок диференціального рівняння.
43. Загальний і частинний розв'язки рівняння. Загальний інтеграл. Інтегральна крива.
44. Диференціальні рівняння з відокремленими та відокремлюваними змінними.
45. Однорідне диференціальне рівняння першого порядку.
46. Лінійне рівняння першого порядку. Метод Лагранжа варіації довільної сталої.
47. Метод Бернуллі розв'язку лінійного рівняння першого порядку. Рівняння Бернуллі.
48. Диференціальні рівняння вищих порядків. Загальний розв'язок. Загальний інтеграл.
49. Диференціальні рівняння другого порядку, що допускають зниження порядку.
50. ЛОДР n-го порядку. Властивості частинних розв'язків.
51. Визначник Вронського. Теорема про загальний розв'язок ЛОДР n-го порядку.
52. Розв'язок ЛОДР 2-го порядку з сталими коефіцієнтами.
53. Структура загального розв'язку ЛОДР  $n^{\text{го}}$  порядку. Порядок розв'язку ЛОДР  $n^{\text{го}}$  порядку.
54. Структура загального розв'язку ЛНДР 2-го порядку з сталими коефіцієнтами.
55. Загальна схема розв'язку ЛНДУ 2-го порядку з сталими коефіцієнтами й спеціальним виглядом правої частини.
56. Метод підстановки розв'язку систем звичайних диференціальних рівнянь.