

**Розширений план лекцій
з дисципліни «ВИЩА МАТЕМАТИКА»**

лекційних годин – 60

Викладач – к.ф-м.н., доц. Жарова О.В.

СЕМЕСТРОВИЙ МОДУЛЬ 1

**ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 1
КОМПЛЕКСНІ ЧИСЛА**

Лекція 1. Алгебраїчна форма комплексного числа.

1. Означення комплексного числа.
2. Алгебраїчна форма комплексного числа.
3. Арифметичні дії над комплексними числами в алгебраїчній формі.
4. Геометрична інтерпретація комплексних чисел.
5. Полярна система координат.
6. Зв'язок між полярною та декартовою системами координат

Лекція 2. Дії над комплексними числами.

1. Тригонометрична форма комплексного числа.
2. Дії над комплексними числами в тригонометричній формі.
3. Формула Муавра. Формула Ейлера.
4. Показникова форма комплексного числа.
5. Добування кореня із комплексного числа.

**ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 2
ЛІНІЙНА АЛГЕБРА**

Лекція 3. Матриці та дії над ними

1. Означення матриці.
2. Лінійні операції над матрицями.
3. Добуток матриць. Многочлен від матриці.
4. Означення та властивості оберненої матриці.

Лекція 4. Елементи теорії визначників.

1. Визначники другого і третього порядків.
2. Основні властивості визначників.
3. Визначники довільного порядку.
4. Правило Крамера розв'язання систем лінійних рівнянь.

Лекція 5. Обернена матриця та її застосування.

1. Терема про існування оберненої матриці.
2. Метод приєднаної матриці обчислення оберненої матриці.
3. Метод елементарних перетворень обчислення оберненої матриці.
4. Розв'язання систем алгебраїчних рівнянь матричним способом.
5. Ранг матриці. Методи знаходження рангу матриці.

Лекція 6. Розв'язання систем лінійних неоднорідних алгебраїчних рівнянь. Розв'язання систем лінійних однорідних алгебраїчних рівнянь.

1. Система лінійних рівнянь довільного порядку.
2. Розв'язування систем лінійних рівнянь методом Гауса.
3. Розв'язання систем лінійних рівнянь методом Жордана - Гауса.
4. Теорема Кронекера – Капеллі.
5. Однорідні системи лінійних алгебраїчних рівнянь.
6. Фундаментальна система модулів розв'язків. Загальний розв'язок системи.
7. Зв'язок між розв'язками однорідної і неоднорідної систем.

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 3 ВЕКТОРНА АЛГЕБРА

Лекція 7. Вектори.

1. Означення вектору. Лінійні операції над векторами.
2. Лінійна залежність та лінійна незалежність системи векторів.
3. Базис на площині та в просторі.
4. Проекція вектору на вісь.
5. Поділ відрізка в даному відношенні.

Лекція 8. Скалярний та векторний добутки двох векторів. Мішаний добуток трьох векторів

1. Скалярний добуток двох векторів.
2. Властивості скалярного добутку.
3. Векторний добуток двох векторів.
4. Властивості векторного добутку.
5. Геометричний зміст векторного добутку.
6. Мішаний добуток трьох векторів
7. Властивості мішаного добутку.
8. Застосування векторної алгебри.

Лекція 9. Пряма на площині. Загальне рівняння прямої на площині.

1. Різні способи завдання прямої на площині.
2. Кут між прямими на площині.
3. Відстань від точки до прямої.
4. Алгебраїчні лінії 2-го порядку на площині. Канонічні рівняння найпростіших ліній 2-го порядку.
5. Коло. Еліпс. Параметричне рівняння еліпса.
6. Гіпербола. Парабола.

Лекція 10. Площина у просторі.

1. Площина в просторі.
2. Відстань від точки до площини.
3. Умова паралельності двох площин, кут між площинами.
4. Пряма у просторі.
5. Визначення координат точки перетину прямої та площини.
6. Умова паралельності двох прямих. Кут між прямими.
7. Кут між прямою і площиною в просторі.
8. Відстань від точки до прямої.
9. Сфера. Еліпсоїд. Гіперболоїди. Конус. Параболоїди. Циліндри.

СЕМЕСТРОВИЙ МОДУЛЬ 2

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 4 ЛІНІЙНИЙ ПРОСТІР, ЛІНІЙНИЙ ОПЕРАТОР

Лекція 11. Лінійні простори

1. Метричний простір.
2. Лінійний простір, лінійний нормований простір.
3. Формула перетворення координат при перетворенні базису.
4. Лінійні оператори Лінійний оператор. Властиві значення та властиві вектори.
5. Квадратична форма.
6. Зведення квадратичної форми до канонічного вигляду.
7. Зведення лінії другого порядку до канонічного вигляду. Загальна схема.

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 5 ВСТУП В МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ

Лекція 12. Границя послідовності.

1. Означення послідовності. Операції над послідовностями.
2. Границя послідовності.
3. Основні властивості границь послідовностей.
4. Означення нескінченно малої та нескінченно великої послідовності.
5. Властивості нескінченно малих послідовностей.
6. Зв'язок між нескінченно великими та нескінченно малими послідовностями.

Лекція 13. Основні теореми про границю послідовності.

1. Арифметичні теореми про границі.
2. Види невизначеностей.
3. Монотонні послідовності. Теорема Вейерштрасса.
4. Функція: означення, способи завдання, класифікація.
5. Означення границі функції, геометричний зміст.
6. Арифметичні теореми про границю функції. Односторонні границі.

Лекція 14. Неперервність функції .

1. Означення неперервності функції в точці та на інтервалі.
2. Властивості неперервних функцій. Теорема про корінь.
3. Теореми Больцано - Коші. Теореми Вейерштрасса.
4. Класифікація точок розриву функції.
5. Перша важлива границя.
6. Друга важлива границя.
7. Наслідки з важливих границь

Лекція 15. Похідна функції.

1. Означення похідної функції в точці.
2. Похідні від основних елементарних функцій. Таблиця похідних.
3. Правила диференціювання функцій.
4. Геометричний, фізичний та механічний зміст похідної.
5. Умова диференційованості функції в точці.
6. Рівняння дотичної до кривої.
7. Диференціювання складної функції.

СЕМЕСТРОВИЙ МОДУЛЬ 3

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 6 ДИФЕРЕНЦІАЛЬНЕ ЧИСЛЕННЯ ФУНКЦІЙ ОДНІЄЮ ЗМІННОЇ

Лекція 16. Диференціал функції.

1. Диференціал функції, геометричний зміст диференціалу.
2. Застосування диференціалу в наближених обчисленнях.
3. Похідна функцій заданих неявно та параметрично.
4. Похідні та диференціали вищих порядків.
5. Похідна 2-го порядку функцій заданих неявно та параметрично.

Лекція 17. Основні теореми диференційного числення.

1. Теореми Ферма та Ролля.
2. Теорема Лагранжа. Наслідки. Геометричний зміст.
3. Теорема Коші.
4. Формула Тейлора. Розвинення основних елементарних функцій.
5. Застосування формули Тейлора до наближених обчислень.

Лекція 18. Правило Лопітала

1. Теорема Лопітала. Наслідки.

2. Правила розкриття невизначеностей. Приклади.
3. Екстремум функції. Означення екстремуму функції.
4. Необхідні та достатні умови екстремуму функції.
5. Найбільше і найменше значення функції на відрізку.
6. Опуклість функції. Достатня ознака опуклості функції.
7. Точки перегину функції.
8. Асимптоти графіку функції.
9. Загальна схема дослідження функції і побудова графіка.

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 7

ДИФЕРЕНЦІАЛЬНЕ ЧИСЛЕННЯ ФУНКЦІЙ БАГАТЬОХ ЗМІННИХ

Лекція 19. Означення функції багатьох змінних.

1. Означення функції багатьох змінних.
2. Поняття границі функції в точці.
3. Неперервність функції багатьох змінних.
4. Частинні прирости і частинні похідні першого порядку.
5. Умова диференційованості функції 2-х змінних і її геометричний зміст.
6. Диференційованість складної та неявної функції. Повна похідна.

Лекція 20. Диференціал функції багатьох змінних. Геометричний зміст частинних похідних.

1. Перший диференціал функції багатьох змінних.
2. Частинні похідні і диференціали вищих порядків.
3. Теорема про рівність мішаних похідних.
4. Застосування диференціала до наближених обчислень.
5. Рівняння дотичної площини та нормалі до поверхні.
6. Градієнт скалярного поля та його властивості.
7. Похідна за напрямком.

Лекція 21. Екстремум функції багатьох змінних.

1. Екстремум функції багатьох змінних.
2. Необхідні умови екстремуму функції.
3. Достатня ознака безумовного екстремуму в стаціонарній точці.
4. Поняття про умовний екстремум.
5. Метод підстановки знаходження умовного екстремуму.
6. Умовний екстремум. Метод Лагранжа знаходження умовного екстремуму.
7. Знаходження найбільшого і найменшого значень функції в області.
8. Метод найменших квадратів.

СЕМЕСТРОВИЙ МОДУЛЬ 4

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 8

ІНТЕГРАЛЬНЕ ЧИСЛЕННЯ ФУНКЦІЙ ОДНІЄІ ЗМІННОЇ

Лекція 22. Первісна.

1. Первісна. Невизначений інтеграл, його властивості.
2. Таблиця первісних.
3. Інтегрування простіших інтегралів.
4. Інтегрування частинами.
5. Заміна змінних в невизначеному інтегралі.

Лекція 23. Інтегрування раціональних дробів. Інтегрування ірраціональностей.

1. Знаходження інтегралів, що містять квадратний тричлен.
2. Рекурентна формула.
3. Інтегрування раціональних дробів.

4. Метод Остроградського.
5. Інтегрування функцій, що містять деякі ірраціональності.
6. Інтегрування диференційного бінома

Лекція 24. Інтегрування тригонометричних функцій.

1. Інтегрування тригонометричних функцій. Універсальна триг. підстановка.
2. Інтегрування синусів і косинусів в різних степенях.
3. Інтегрування ірраціональностей за допомогою тригонометр. підстановок.
4. Інтеграл, що не виражаються через елементарні функції.

Лекція 25. Визначений інтеграл.

1. Означення та основні властивості визначеного інтеграла.
2. Інтеграл змінною верхньою межею.
3. Формула Ньютона – Лейбніца.
4. Інтегрування частинами в визначеному інтегралі.
5. Заміна змінних в визначеному інтегралі.

Лекція 26. Застосування визначеного інтегралу. Невласні інтегралі.

1. Обчислення площі фігури.
2. Обчислення довжини дуги.
3. Обчислення об'єму тіла по відомих площях поперечного перетину.
4. Означення невластних інтегралів 1-го та 2-го роду.
5. Обчислення невластних інтегралів.
6. Достатні ознаки збіжності (розбіжності).
7. Абсолютна збіжність.

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 9 ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ РІВНЯННЯ

Лекція 27. Диференціальні рівняння першого порядку.

1. Основні поняття і означення.
2. Задача Коші для диференціального рівняння та її геометричний зміст.
3. Теорема існування розв'язку диференціального рівняння першого порядку.
4. Поняття загального, частинного і особливого розв'язків.
5. Рівняння з відокремленими та відокремлюваними змінними.
6. Однорідні диференціальні рівняння і ті, що зводяться до них.

Лекція 28. Лінійні диференціальні рівняння першого порядку. Диференціальні рівняння вищих порядків

1. Метод Лагранжа розв'язання лінійних диференціальних рівнянь 1^{го} порядку. Метод Бернуллі розв'язання лінійних диференціальних рівнянь 1^{го} порядку.
2. Рівняння Бернуллі. Рівняння у повних диференціалах.
3. Диференціальні рівняння вищих порядків, що допускають зниження порядку.
4. Лінійна залежність і лінійна незалежність системи функцій.
5. Лінійні диференціальні рівняння n-го порядку. Загальні поняття.
6. Необхідні і достатні умови лінійної залежності (незалежності) системи розв'язків лінійного однорідного диференціального рівняння n-го порядку.
7. Розв'язання ЛОДР із сталими коефіцієнтами.
8. Теорема про структуру загального розв'язку ЛОДР n-го порядку.
9. Метод Ейлера розв'язання ЛОДР n-го порядку із сталими коефіцієнтами.

Лекція 29. Розв'язання ЛНДР 2-го порядку із сталими коефіцієнтами. Розв'язання ЛНДР n-го порядку із сталими коефіцієнтами.

1. Теорема про структуру загального розв'язку ЛНДР 2-го прядку.
2. Метод Лагранжа знаходження частинного розв'язку ЛНДР.
3. Розв'язок ЛНДР з сталими коефіцієнтами і спеціальним виглядом правої частини.
4. Теорема про суперпозицію частинних розв'язків ЛНДР.

5. Теорема про структуру загального розв'язку ЛНДР n -го порядку.
6. Розв'язок ЛНДР з сталими коефіцієнтами і спеціальним виглядом правої частини.

Лекція 30. Системи диференціальних рівнянь.

1. Системи диференціальних рівнянь першого порядку. Нормальні системи.
2. Розв'язання нормальної системи диференціальних рівнянь методом виключення.
3. Метод Ейлера розв'язання нормальної системи ЛОДР.
4. Застосування диференціальних рівнянь та систем.